Limietpunt

13 maximumscore 3

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van de inverse van f_c ligt punt (y, x) op de grafiek van f_c dus er geldt) $x = \frac{1}{c(y-1)} + 1$ — 1
- $c(y-1) = \frac{1}{x-1}$ — 1
- $y = \frac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus $y = f_c(x)$, dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen ‘min 1’, ‘maal c’, ‘omgekeerde’ en ‘plus 1’, dus de inverse van f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen ‘min 1’, ‘omgekeerde’, ‘gedeeld door c’ en ‘plus 1’ — 1
- Dat geeft voor de inverse $y = \frac{\frac{1}{x-1}}{c} + 1$ — 1
- Dus $y = \frac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- $f_c(f_c(x)) = \frac{1}{c\left(\frac{1}{c(x-1)} + 1 - 1\right)} + 1$ — 1
- $f_c(f_c(x)) = \frac{1}{\frac{1}{x-1}} + 1$ — 1
- $f_c(f_c(x)) = x$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

of

- Spiegeling in $y = x$ van $y = \frac{1}{cx}$ geeft $x = \frac{1}{cy}$, ofwel $y = \frac{1}{cx}$, dus $y = \frac{1}{cx}$ is spiegelsymmetrisch in $y = x$ — 1
- De grafiek van f_c is het beeld van de grafiek van $y = \frac{1}{cx}$ door een verschuiving langs de lijn $y = x$ (namelijk een horizontale verschuiving van 1 naar rechts en een verticale verschuiving van 1 omhoog) — 1
- Door deze verschuiving blijft spiegelsymmetrie in $y = x$ behouden (dus f_c is de inverse van zichzelf) — 1

14 **maximumscore 3**

- $f_c(1+p)=\dfrac{1}{c(1+p-1)}+1$ en $f_c(1-p)=\dfrac{1}{c(1-p-1)}+1$ 1
- $f_c(1+p)+f_c(1-p)=\dfrac{1}{cp}-\dfrac{1}{cp}+2=2$ 1
- Dus $\dfrac{f_c(1+p)+f_c(1-p)}{2}=1$ (dus de grafiek van f_c is puntsymmetrisch ten opzichte van S) 1

15 **maximumscore 5**

- De x-coördinaat van A is een oplossing van de vergelijking $x=\dfrac{1}{c(x-1)}+1$ 1
- Herleiden tot $(x-1)^2=\dfrac{1}{c}$ 1
- $x_A=1-\sqrt{\frac{1}{c}}$ ($x=1+\sqrt{\frac{1}{c}}$ hoort bij het andere snijpunt) 1
- Als c onbegrensd toeneemt, nadert $1-\sqrt{\frac{1}{c}}$ naar 1 1
- A ligt op k, dus ook $y_A=1-\sqrt{\frac{1}{c}}$, dus de y-coördinaat nadert ook naar 1, dus het limietpunt is $(1,1)$ (dus S is het limietpunt) 1